

Cálculo de Volume com Integrais

1) Volume de um sólido de revolução

Sólidos de revolução

Um sólido de revolução é um sólido gerado pela rotação de uma região plana em torno de uma reta que está no mesmo plano da região, sendo a reta denominada eixo de revolução.

Volume por discos perpendiculares ao eixo x

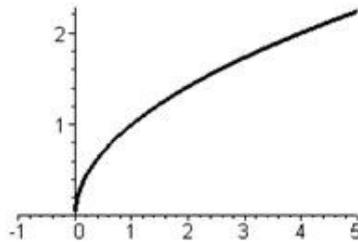
Seja f uma função contínua e não-negativa no intervalo $[a; b]$ e seja R a região limitada por $y = f(x)$, o eixo x e pelas retas $x = a$ e $x = b$. O sólido de revolução gerado pela rotação da região R em torno do eixo x tem volume dado por

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

2) Calcule o volume gerado pela função abaixo

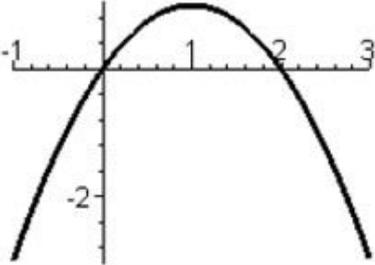
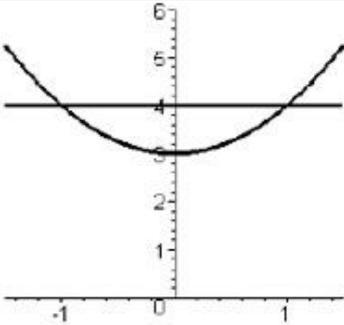
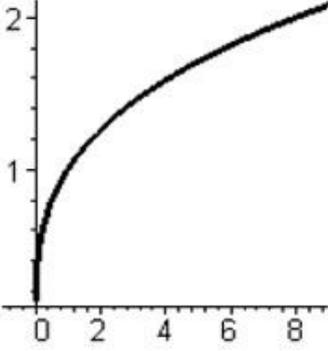
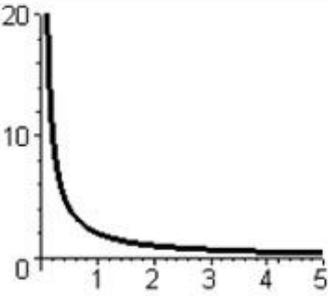
Exemplo:

Calcule o volume do sólido gerado pela rotação da região limitada pelas curvas $y = \sqrt{x}$, $x = 4$ e $y = 0$ em torno do eixo x .



↪ $V = 8\pi \text{ u.v.}$

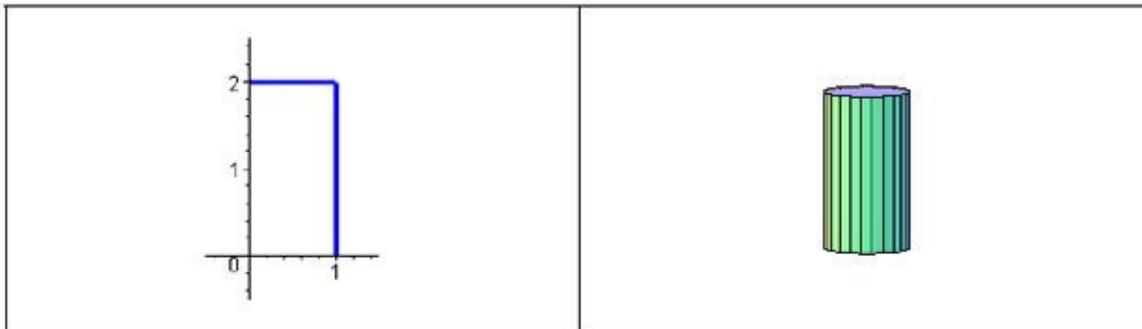
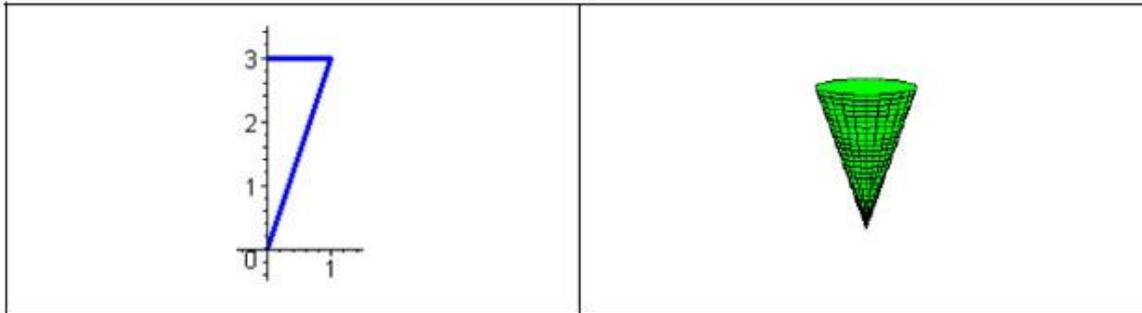
3) Calcule os volumes gerados pelas funções abaixo

<p>① $\begin{cases} y = 2x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}$</p>		<p>↪ $V = \frac{16}{15} \pi \text{ u.v.}$</p>
<p>② $\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = 4 \end{cases}$</p>		<p>↪ $V = \frac{48}{5} \pi \text{ u.v.}$</p>
<p>③ $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ x = 8 \\ y = 0 \end{cases}$</p>		<p>↪ $V = \frac{96}{5} \pi \text{ u.v.}$</p>
<p>④ $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$</p>		<p>↪ $V = 3\pi \text{ u.v.}$</p>

4) volume gerado com rotação em torno do eixo dos y

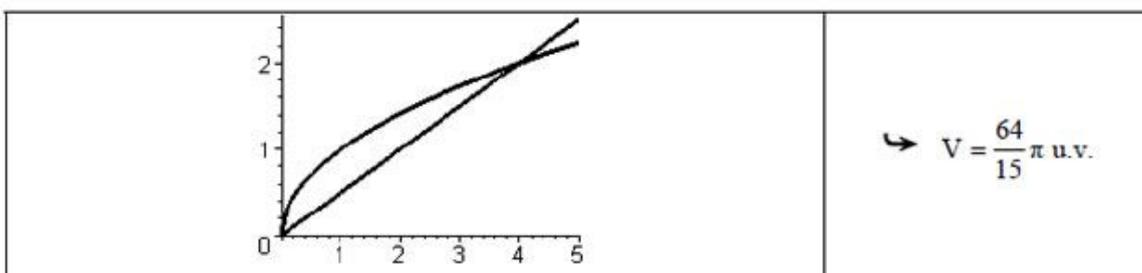
O sólido de revolução gerado pela rotação da região R em torno do eixo y tem volume dado por

$$V = \int_c^d \pi [g(y)]^2 dy$$



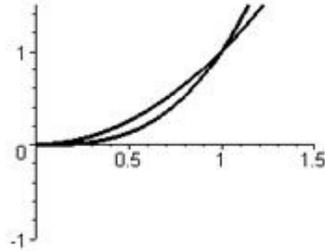
Exemplo:

Calcule o volume do sólido gerado pela rotação da região limitada pelas curvas $y^2 = x$ e $x = 2y$ em torno do eixo y.



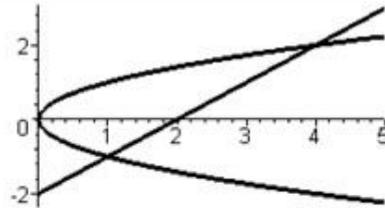
5) Calcule o volume gerado pela rotação em torno de y

① $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^3 \end{cases}$



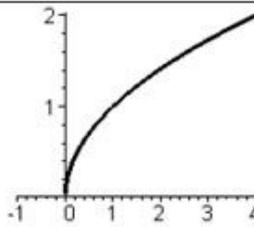
$\hookrightarrow V = \frac{1}{10} \pi \text{ u.v}$

② $\begin{cases} y^2 = x \\ y - x + 2 = 0 \end{cases}$



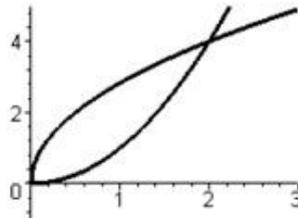
$\hookrightarrow V = \frac{72}{5} \pi \text{ u.v}$

③ $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$



$\hookrightarrow V = \frac{128}{5} \pi \text{ u.v}$

④ $\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = 8x \end{cases}$



$\hookrightarrow V = \frac{24}{5} \pi \text{ u.v}$