Exercício

Determine os resultados das seguintes integrais impróprias:

1. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$

2. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$

3. $\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{(2x-1)^3}$

4. $\int_{-\infty}^{0} \cos(x)dx$

5. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+3)^2} dx$

Respostas 1. ½ 2. ∞ 3.-1/4 4. NE 5. 0

Exemplo 2

A função tem uma descontinuidade infinita em [a;b]

Situação 1: $\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^2}$ A integral é imprópria pois tem uma descontinuidade quando x tende para o

superior 1 pela esquerda, logo:

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^2} = \lim_{t\to 1^-} \int_0^t \frac{dx}{(x-1)^2} = \dots$$

Situação 2: $\int_1^4 \frac{dx}{(x-2)^{2/3}}$ A integral é imprópria pois tem uma descontinuidade dentro do interval

integração. O integrando tende a $+\infty$ no ponto x = 2. Assim,

$$\int_1^4 \frac{dx}{(x-2)^{2/3}} = \int_1^2 \frac{dx}{(x-2)^{2/3}} + \int_2^4 \frac{dx}{(x-2)^{2/3}} = \dots$$

Exercícios

1. Determine se a integral abaixo *converge* ou *diverge*. No caso de convergência, ache seu valor.

(a) $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x^3}$

(b) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^{x^3}} dx$

(c) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

(d) $\int_1^{\infty} xe^{-x^2} dx$

(e) $\int_{-\infty}^{0} e^{\frac{x}{2}} dx$

(f) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x} dx$

(g) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$

(h) $\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{(1-x)^3}$

(i) $\int_0^{2} \frac{dx}{(x-1)^2}$

(j) $\int_{-\infty}^{0} e^{3x} dx$

(k) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$

(l) $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{(1+x^2)^2}$

(m) $\int_{-\infty}^{\pi/2} \text{sen}(x).dx$

2. Atribua um valor à área **A** da região sob o gráfico de $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$, acima do eixo x e à direita de x = 4

3. Para que valores de *p* a integral $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}$ converge ?

Respostas

1.
(a) 1/50
(b) 1/3
(c) ∞
(d) 1/2e
(e) 2
(f) ∞
(g) ∞
(h) ½
(i) ∞
(j) 1/3
(k) ∞
(l) ¼
(m) Não há!

2. A = 1 u.a.

3. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p} \begin{cases} \text{converge} & p > 1 \\ \text{diverge} & p \leq 1 \end{cases}$